CONCURSO PÚBLICO
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO DE JANEIRO

EDITAL Nº 006/2022

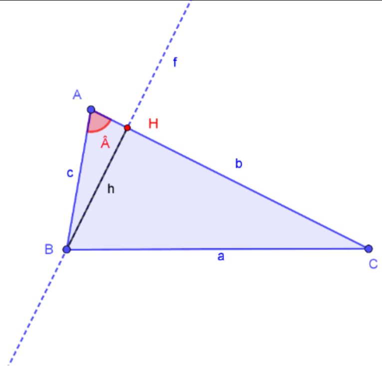
PADRÃO DE RESPOSTAS DA PROVA DISCURSIVA REALIZADA DOMINGO, 15 DE MAIO DE 2022.
PRAZO PARA RECURSO CONTRA O PADRÃO DE RESPOSTAS: 16 E 17 DE MAIO DE 2022, NO ENDEREÇO ELETRÔNICO:
http://www.selecon.org.br

PADRÃO DE RESPOSTAS PRELIMINAR

VOR – 01

MATEMÁTICA
Ensino de Matemática

Nº DA QUESTÃO	Espera-se que o candidato(a) desenvolva os aspectos/conteúdos propostos a seguir.
1	O candidato deverá desenvolver o(s) conteúdo(s) com base nos seguintes aspectos: A) Enunciar a Lei dos cossenos.Demonstrar a Lei dos cossenos para ângulos: Â = 90º, Â >90º e Â < 90º. (5 pontos) B) Apresentar o desenvolvimento de uma aula para ensinar a Lei dos cossenos de acordo com os princípios da 4ª Fase das tecnologias digitais de (Borba, *et al*) e de acordo com a investigação matemática de acordo com (Ponte, *et al*). (5 pontos) **Gabarito final questão 1:** a) Seja ABC um triângulo qualquer de lados AB = c, AC = b e BC = a, então: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\hat{A}$. Demonstração: Seja H o pé da altura relativa ao lado AC e seu comprimento h. Consideremos os casos em que: $\hat{A} < 90^o$, $\hat{A} = 90^o$ e $\hat{A} > 90^o$. i. Para $\hat{A} < 90^o$, nestas condições os pontos H e C estão sobre uma mesma semirreta determinada por $\overleftrightarrow{AC}$.

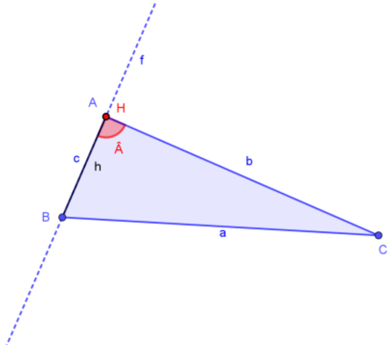


$$cos\hat{A} = \frac{AH}{c} \rightarrow AH = c \cdot cos\hat{A}$$
$$sen\hat{A} = \frac{h}{c} \rightarrow h = c \cdot sen\hat{A}$$

Segue que no $\Delta BCH, pelo\ Teorema\ de\ Pitágoras\ temos$:

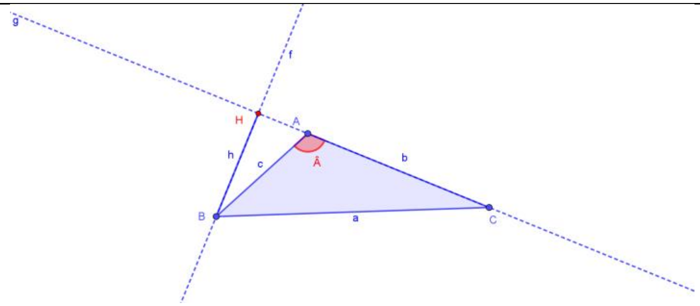
$$a^2 = h^2 + CH^2, onde\ CH = b - AH, \text{ daí:}$$
$$a^2 = (c\ sen\ \hat{A})^2 + (b - c\ cos\hat{A})^2$$
$$a^2 = c^2 . sen^2\hat{A} + b^2 - 2.b.c\ .cos\hat{A} + c^2 . cos^2\hat{A}$$
$$a^2 = b^2 + c^2 .(sen^2\hat{A} + cos^2\hat{A}) - 2.b.c\ .cos\hat{A}\ , mas\ (sen^2\hat{A} + cos^2\hat{A}) = 1, logo:$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\hat{A}\ \blacksquare$$

ii. Para $\hat{A} = 90^o$ temos que $cos\hat{A} = 0\ e\ segue\ pelo\ Teorema\ de\ Pitágoras$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\hat{A}, como \cos 90^o = 0, temos:$$
$$a^2 = b^2 + c^2\ \blacksquare$$

iii. Para $\hat{A} > 90^o$ temos que o ponto A pertence ao segmento CH.



Como BÂH = 180º – Â, no $\Delta BHA\ obtemos$:

$$AH = c \cdot \cos(180^o - \hat{A}) = -c \cdot cos\hat{A}\ \ e\ \ h = c \cdot sen(180 - \hat{A}) = c \cdot sen\hat{A}.$$

$$Segue\ que:$$

$$a^2 = h^2 + (b + AH)^2$$

$$a^2 = (c.sen\hat{A})^2 + (b - c.cos\hat{A})^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\hat{A}\ \blacksquare$$

b) No desenvolvimento do item (b) espera-se que o candidato desenvolva a proposta de aula de acordo com as etapas de investigação descritas por (Ponte *et al*) e destaque:
A atividade de investigação pode ocorrer em uma ou mais aulas, desenvolvendo-se em quatro fases:
1. Exploração Formulação
2. Conjecturas
3. Teste e Reformulação
4. Justificação e Avaliação

Com relação à 4ª fase das Tecnologias digitais descritas por (Borba *et al),* espera-se que o candidato trate sobre:
1. Uso de software de geometria dinâmica, com destaque ao Geogebra.
2. Uso de múltiplos recursos digitais que destaquem o aspecto multimodal.
3. Uso de vídeos e Youtube.
4. Uso de plataformas digitais.
5. Da necessidade de um ambiente onde seja possível o diálogo entre os sujeitos.
6. Recursos: Computadores; Laptops; Tablets; Smartfones; Internet rápida.
7. Base tecnológica: Objetos virtuais de aprendizagem; Applets; Vídeos; Youtube; Wikipédia; Facebook; Second Live; Moodle.
8. Noções teóricas: Multimodalidade; Telepresença; Interatividade; Internet em sala de aula; Produção e compartilhamento online de vídeos; Performance digital.

Total previsto de linhas para a resposta final do(a) candidato(a): **2 laudas**

2

O candidato deverá desenvolver o(s) conteúdo(s) com base nos seguintes aspectos:

A) **Valor 5 pontos: Resolução**

Observação 1) O sistema linear sugerido não possui solução, logo, escalonando a matriz ampliada do sistema, chegamos à conclusão que o posto da matriz ampliada é maior que o posto da matriz dos coeficientes. Podemos adotar o posto da matriz ampliada = 3 e o posto da matriz dos coeficientes = 2.

Observação 2) Os planos não podem ser paralelos aos planos coordenados, logo, devem ser da forma ax+by+cz=k, com $(a \neq 0 \; e \; b \neq 0)$ ou $(a \neq 0 \; e \; c \neq 0)$ ou $(b \neq 0 \; e \; c \neq 0)$.

Observação 3) Como há interseção entre os pares de planos, não há planos paralelos. Ou seja, os coeficientes de uma linha da matriz dos coeficientes não podem ser proporcionais a uma outra linha.

Uma matriz ampliada na forma escalonada que atende à observação 1 é: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

Utilizando as operações elementares entre matrizes, sugerido pelo método da eliminação de Gauss de “trás para frente”, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \overline{L_3} = L_3 + 2L_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Apesar de atender às observações 1 e 2, a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ não atende à observação 3, pois na matriz dos coeficientes $\overline{L_3} = 2L_2$. Operando $\overline{L_3}$ com L_1 ou L_2 com L_1 eliminaremos a proporcionalidade. Optando por operar L_2 com L_1, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \overline{L_2} = L_2 + L_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} = A$$

A matriz A encontrada atende às observações 1, 2 e 3, logo o sistema $\begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ x + 3y + z = 2 \\ 2y - 4z = 3 \end{cases}$ é uma solução para a questão.

B) **Valor 5 pontos: Resolução**

Espera-se que o candidato compreenda que a Resolução de Problemas seja ponto de partida para o desenvolvimento das atividades em sala de aula. Deve, ainda, destacar a necessidade de argumentação e validação das ideias para a temática de Sistemas lineares apresentando

	gradualmente os passos descritos por (ONUCHIC) e relacionando com as dificuldades de ensino e aprendizagem do conteúdo em questão. A saber: 1) Preparação do problema - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula; 2) Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura; 3) Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos; 4) Resolução do problema - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da “matemática nova” que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos na construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. 5) Observar e incentivar – Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupos, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor, como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. 6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam. 7) Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca, como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem. 8) Busca de consenso – Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto. 9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83 - 85). Total previsto de linhas para a resposta final do(a) candidato(a): **2 laudas.**
3	O candidato deverá desenvolver o(s) conteúdo(s) com base nos seguintes aspectos: Questão nº 3 **a) Valor 5 pontos: Resolução** Parte 1) Pode-se observar que $y = \frac{e^x}{x}$ não é primitimável, porém não é necessário. O volume do sólido S é dado por:

$$V = \pi \int_1^2 \left(\sqrt{\frac{e^x}{x}} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$$

Parte 2) Usando a integral por partes em V, tomando $u = e^x$ e $dv = \frac{dx}{x}$, temos:

i. $u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$
ii. $dv = \frac{dx}{x} \Rightarrow v = \int \frac{dx}{x} = ln|x| + C$

Parte 3) Aplicando a parte 2 na parte 1, temos:

$$V = \pi \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx = \pi \left(e^x ln|x| \Big|_1^2 - \int_1^2 ln|x|\, e^x dx \right)$$

Parte 4) Usando a regra do trapézio na figura 2, região P, para encontrar uma aproximação para $\int_1^2 ln|x|\, e^x dx$.

Uma aproximação para a área da região P é $A = \frac{(1,8+0)0,5}{2} + \frac{(5,1+1,8)0,5}{2} = 2,175$

Parte 5) Determinando uma aproximação para V, usando a parte 4 na parte 3.

$$V = \pi \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx = \pi\big((e^2 ln|2| - e^1 ln|1|) - 2,175\big) = \pi(7,4 \cdot 0,7 - 2,175) \approx 3\pi$$

O volume aproximado para o sólido S é 3π.

b) Valor 5 pontos: Resolução:

Segundo Duval (MACHADO, 2003), o principal aspecto que destaca a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea entre ao menos dois registros de representações ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação. Isso se caracteriza pela atividade de transformação. Existem dois tipos de transformações: os **tratamentos** que são transformações de representações dentro de um mesmo tipo de registro (exemplo: operar com frações ficando estritamente no mesmo sistema de escrita “1/2+1/3=(3+2)/6=5/6”); e as **conversões** que são transformações de representação que consistem em mudar de registro (exemplo: transitar entre a escrita algébrica de uma função e sua representação gráfica). Conforme destaca Duval (2003), para compreensão plena do objeto matemático estudado e para que o indivíduo consiga distinguir o objeto de sua representação, as conversões têm um papel fundamental, isto porque é através dela que o indivíduo percebe inúmeras propriedades do objeto matemático, cada tipo de representação de um mesmo objeto descreve particularidades que se complementam para formar a conceito geral. Observe que no item **a**, as conversões entre os registros de representação foram exploradas na atividade: as **representações gráficas** nas figuras 1 e 2 serviram de meio para interpretar a integral

	definida como instrumento no cálculo do volume do sólido em revolução; a partir daí o volume deve ser representado em sua **representação algébrica**; a resolução algébrica fica limitada por conta de *f* não ser primitimável, dessa nova conversão numa **representação numérica** é utilizada para determinar a área na figura 3, tomando como apoio a **representação gráfica**; retoma-se a **representação algébrica e numérica** para solucionar a atividade. Total previsto de linhas para a resposta final do(a) candidato(a): **2 laudas.**